

#### UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAD

## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA SECRETARIA DOCENTE



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

Bellavista, 01 de junio, 2022

RESOLUCIÓN DE CONSEJO DE FACULTAD Nº 063-2022-CF-FCNM, Fecha 01 de junio del 2022, CONSEJO DE FACULTAD DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO:

Visto el acuerdo de Consejo de Facultad de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, adoptado en su sesión ordinaria, realizada en forma virtual vía reunión Google Meet, el 01 de junio 2022, punto de agenda, la Aprobación de nuevos Proyectos de Investigación;

#### **CONSIDERANDO:**

Que, conforme lo establece el Art. 233º del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, concordante con la Ley Universitaria, la investigación es una labor esencial, prioritaria y obligatoria de fundamental importancia que todo docente debe desempeñar; siendo además un medio para romper todas las formas de dependencia cultural y tecnológica;

Que, según lo estipulado en el Artículo 14°, numeral 14.2 del Estatuto vigente de la Universidad Nacional del Callao, establece que una de las funciones de la Universidad Nacional del Callao, está considerada la investigación, entendida como la búsqueda permanente de la verdad y, la misma es una labor prioritaria y de fundamental importancia que todo docente debe desempeñar, en concordancia con el Artículo 256° y el Artículo 289°, numeral 289.9 del precitado Normativo;

Que, mediante Resolución N° 082-019-CU del 07 de marzo del año 2019, se aprueba el Reglamento de Participación de Docentes en Proyectos Investigación, así como la Directiva N° 013-2018-R – Protocolos de Proyecto en Informe Final de Investigación de Pregrado – Posgrado, Docentes, Equipos, Centros e Institutos de Investigación;

Que, con Oficio Nº 26-2022-UI-FCNM recibido el 19 de mayo 2022, el Director de la Unidad de Investigación de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática remite la Resolución Nº 12-2022-UI-FCNM adjuntando el Proyecto de Investigación titulado: "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER", presentado por el profesor Auxiliar tiempo completo Dr. Alfredo Sotelo Pejerrey;

Que, a la fecha el comité de la unidad de investigación de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática está conformado por miembros que han vencido su mandato y o no cumplen los requisitos tal como lo señala el Art. 60 y 61 del Reglamento General de Investigación de la UNAC del 16 se julio del 2019, por lo que no tienen competencia legal para evaluar y aprobar proyecto de investigación;

Que, mediante D.S. Nº 044-2020-PCM debido a la emergencia nacional por COVID-19 y frente a la medida de aislamiento social obligatorio (cuarentena), y al amparo del D.U. N° 026-2020 que autoriza modificar el lugar de prestación de servicios de los trabajadores para implementar el trabajo remoto, y en cumplimiento de la resolución N° 068-2020-CU del 25 de marzo de 2020 que aprueba la modificación del lugar de la prestación de servicios de docentes y administrativos de la Universidad Nacional del Callao; Estando al documento del visto y lo glosado, con cargo a dar cuenta al Consejo de Facultad; y, en uso de las atribuciones le confiere el Artículo 189° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao y al numeral; 70.2 del Art. 70° de la Ley Universitaria, Ley N° 30220;

#### **RESUELVE:**

- 1º. APROBAR, el nuevo proyecto de investigación titulado "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER", presentado por el profesor Auxiliar tiempo completo Dr. Alfredo Sotelo Pejerrey.
- 2º. ELEVAR la presente Resolución y el expediente respectivo al Vicerrectorado de Investigación, para su conformidad y trámite correspondiente, a fin de que este Proyecto de Investigación sea aprobado en los términos, plazos y financiamiento que en el mismo se señala.
- **3º. TRANSCRIBIR** la presente Resolución al Vicerrectorado de Investigación, Unidad de Investigación, Escuela Profesional y Departamento Académico de Matemática e interesado, para conocimiento y fines.

#### REGÍSTRESE, COMUNÍQUESE Y ARCHÍVESE

Fdo. **Dr. JUAN ABRAHAM MÉNDEZ VELÁSQUEZ**. -Decano y Presidente del Consejo de Facultad de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao.

Fdo. **Mg. GUSTAVO ALBERTO ALTAMIZA CHÁVEZ**.-Secretario Académico Lo que transcribo a usted para los fines pertinentes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez Decano UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÀTICA

Mg. Gustavo Alberto Altamiza Chávez Secretario Académico



# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE CANATO



#### PROVEÍDO N°289-2022-D-FCNM

Ref.: OFICIO N°26-2022-UI-FCNM

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN Dr. ALFREDO SOTELO PEJERREY

**PASE**, el documento de la referencia, a la **Oficina de Secretaria Académica**, para que se sirva programarlo en el próximo Consejo de Facultad.

Bellavista, 23 de mayo de 2022

Atentamente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez Decano

JAMV/hc



# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA UNIDAD DE INVESTIGACION



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

Bellavista, 19 de mayo 2022

#### OFICIO Nº 26-2022-UI-FCNM

Señor Doctor
JUAN ABRAHAM MÉNDEZ VELÁSQUEZ
Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
Presente. -

Asunto: Nuevo Proyecto de Investigación del Doctor

SOTELO PEJERREY ALFREDO.

#### De mi consideración:

Tengo a bien dirigirme a usted para saludarlo y a la vez remitir a su despacho, en archivo virtual, para el trámite correspondiente, el Nuevo Proyecto de Investigación titulado: "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER", presentado por el profesor Auxiliar tiempo completo Dr. Alfredo Sotelo Pejerrey, el mismo que ha sido aprobado con Resolución de Comité Directivo de la Unidad de Investigación Nº 12-2022-UI-FCNM, y que se adjunta al presente.

Asimismo, se remite en archivo virtual, la documentación correspondiente en detalle:

- 1. Formato N° 1 Solicitud de Aprobación de Proyecto de Investigación.
- 2. Formatos N° 2 y Nº 02A Proyecto de Investigación.
- 3. Formato N° 3 Ficha de Datos del Docente.
- 4. Ficha CTI –VITAE.
- 5. Formato N° 4 Ficha de Evaluación de Proyecto de Investigación.
- 6. Grado Académico.
- 7. Grado Doctorado.
- 8. Formato N° 5 FEDU Carta de Compromiso.
- 9. Declaración Jurada.
- 10. Constancia de Exposición en encuentro científico.

Agradeciéndole la atención que se sirva dispensar al presente, quedo de usted,

Atentamente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. WHUALKUER LOZANO BARTRA

Director

WLB/dpg c.c.: Archive

Adj.: Resolución Comité Directivo N°12-2022-D-UI-FCNM

#### UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO Facultad de Ciencias Naturales y Matemática UNIDAD DE INVESTIGACION

RESOLUCIÓN DE COMITÉ DIRECTIVO DE LA UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO № 12-2022-UI-FCNM

Bellavista, 19 de mayo de 2022.

EL COMITÉ DIRECTIVO DE LA UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO.

Visto el Proyecto de Investigación titulado "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER". presentado por el profesor Auxiliar tiempo completo **Dr. Alfredo Sotelo Pejerrey**;

#### **CONSIDERANDO:**

Que la Resolución Nº 082-2019-CU, del 07.03.2019, aprueba el Reglamento de Participación de Docentes en Proyectos de Investigación, así como la Resolución Vicerrectoral Nº 017-2020-VRI-VIRTUAL que aprueba el trámite remoto de expedientes para aprobación de NUEVOS PROYECTOS, INFORMES FINALES, INFORMES TRIMESTRALES, CENTROS Y EQUIPOS DE INVESTIGACIÓN DE LA UNAC;

Que el Proyecto de Investigación presentado fue evaluado y aprobado por ACUERDO № 2 de la Sesión Ordinaria del Comité Directivo de la Unidad de Investigación de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, de fecha 19 de mayo del 2022, para su ejecución en los términos y situaciones planteadas;

Que corresponde a la Universidad mediante el organismo competente, prestar el apoyo económico que se solicita, a fin de que la ejecución del indicado Proyecto de Investigación se cumpla conforme a lo programado;

En uso de las atribuciones que le concede el Artículo 64º del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao;

#### **RESUELVE:**

- Aprobar el Proyecto de Investigación titulado: "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-**DIXMIER**", presentado por el profesor Auxiliar tiempo completo el **Dr. Alfredo Sotelo Pejerrey**, presupuestado en S/. 12,000.00, quien recepcionará y administrará los fondos provenientes de la fuente de financiamiento, estando obligado, bajo responsabilidad, a informar periódicamente del avance y ejecución del Proyecto en mención, cuya duración es de 12 meses.
- 2º Elevar la presente Resolución al Señor Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, para los trámites consiguientes.

Registrese, comuniquese y archivese.

Registrese, comuniquese y archivese.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO **FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y** MATEMÁTICA

Dr. WHUALKUER LOZANO BARTRA

#### ACTA Nº 01-2022-C-UI-FCNM

### Sesión Ordinaria del Comité Directivo de la Unidad de Investigación de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática realizada el día jueves 19.05.22

Convocados para la Sesión Ordinaria de la Unidad de Investigación de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, vía reunión Google Meet, <a href="https://meet.google.com/tyr-gtqp-rsf">https://meet.google.com/tyr-gtqp-rsf</a> siendo las 9:10 horas del día jueves diecinueve de mayo del año dos mil veintidós; bajo la Presidencia del Dr. Whualkuer Enrique, Lozano Bartra (Director), Mg. Alva Zavaleta, Rolando Juan, Mg. Lévano Huamaccto, Carlos Alberto, Dr. Méndez Velásquez, Juan Abraham y Mg. Zarate Sarapura, Miembros del Comité Directivo de la Unidad de Investigación, comprobado el quórum de reglamento, el señor Presidente declaró abierta la sesión para tratar los puntos de agenda:

#### 1.- Lectura de Acta.-

El Director dio lectura a los Nuevos Proyectos de Investigación presentados por los siguientes docentes:

- Richard Saúl, Toribio Saavedra.
- ➤ Alfredo, Sotelo Pejerrey.
- Edgar, Zarate Sarapura.

#### 2.- Nuevos Proyectos de Investigación

**Aprobar** los nuevos proyectos de investigación, cuyos títulos y responsables de ejecución se indican:

Nº	APELLIDOS Y NOMBRES	PROYECTO		
1	Toribio Saavedra, Richard Saúl.	" APLICACIÓN DEL MÉTODO DE FASE ESTACIONARIA EN SISTEMAS DE MULTICAPAS DE METALES DE TRANSICIÓN".		
2	Sotelo Pejerrey, Alfredo.	"TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES- DIXMIER".		
3	Zárate Sarapura, Edgar.	"PARÁMETROS DEL CRECIMIENTO DE INICIADORES LÁCTICOS EN HIDROLIZADO DEL GRANO GERMINADO DEL MAÍZ JORA UTILIZANDO MODELOS DE GOMPERTZ Y BARANYI-ROBERTS".		

No habiendo observaciones, el Comité Directivo de la Unidad de Investigación, por unanimidad, tomó el siguiente acuerdo:

#### 2.1 Acuerdo Nº 01

Aprobar, sin observaciones y por unanimidad, el nuevo proyecto de investigación del Dr. Richard Saúl, Toribio Saavedra.

#### 2.2 Acuerdo Nº 02

Aprobar, sin observaciones y por unanimidad, el nuevo proyecto de investigación del Dr. Alfredo, Sotelo Pejerrey.

#### 2.3 Acuerdo Nº 03

Aprobar, sin observaciones y por unanimidad, el nuevo proyecto de investigación del Mg. Edgar, Zárate Sarapura.

Siendo las 09:35 horas del día 19 de mayo del año dos mil veintidós, el Director dio por terminada la sesión. En señal de conformidad de lo actuado firman la presente acta los siguientes Miembros del Comité Directivo de la Unidad de Investigación.

efavulu)

f#

Mg. Alva Zavaleta, Rolando Juan
Miembro Comité Directivo UI.

Mg. Lévano Huamaccto, Carlos A.

Miembro Comité Directivo UI.

Mg. Zarate Sarapura, Edgar Miembro Comité Directivo UI.

Dr. Méndez Velásquez, Juan Abraham

Miembro Comité Directivo UI.

Dr. Montoro Alegre, Edinson Raúl

Miembro Comité Directivo UI.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. WHUALKUER LOZANO BARTRA Director

c.c.: Archivo

#### **FORMATO N° 01**

SOLICITUD DE APROBACIÓN DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN Bellavista, 05 de mayo del 2022

Señor Dr. Lozano Bartra Whualkuer Enrique

Director de la Unidad de Investigación, Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
Yo Alfredo Sotelo Pejerrey docente adscrito a la Facultad de Ciencias Naturales y
Matemática, categoría: P Asoc AUX X JP a: DE
TC x TP con domicilio en Urb. Carlos Cueto Fernandini, Pasaje Q, N°
347, Los Olivos e identificado con código N° 5438, DNI N° 45569296 y e-mail
asotelop@unac.edu.pe, en calidad de docente responsable colaborador
presento y solicito la aprobación del proyecto de investigación "TRAZAS DE
DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER"
que desarrollaré con el apoyo de él(los) estudiante(s),
y el apoyo administrativo de
Por lo indicado, adjunto a la presente y en folder, los documentos indicados en el
artículo 12° del presente "Reglamento de la participación de los docentes de la
Universidad Nacional del Callao en proyectos de investigación" para su evaluación
y dictamen por el Comité Directivo de la Unidad de Investigación que usted preside.
Atentamente

Alfredo Sotelo Pejerrey

Docente Responsable

# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA



# PROYECTO DE INVESTIGACIÓN "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER"

**AUTOR: ALFREDO SOTELO PEJERREY** 

Callao, 2022. PERÚ





#### INFORMACIÓN BÁSICA.

FACULTAD: Facultad de Ciencias Naturales y Matemática

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN: Unidad de Investigación de la Facultad de

Ciencias Naturales y Matemática.

TÍTULO: Trazas de Dixmier versus Trazas de Connes-Dixmier

EJECUTOR: Dr. Alfredo Sotelo Pejerrey

LUGAR DE EJECUCIÓN: Facultad de Ciencias Naturales y Matemática-

Trabajo remoto

TIPO DE INVESTIGACIÓN: Teórico.

UNIDADES DE ANÁLISIS: Traza de Dixmier y Connes-Dixmier



ÍNDICE	4
INTRODUCCIÓN	
I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
1.1. Descripción de la realidad problemática	
1.2. Formulación del problema	
1.3. Objetivos	
1.4. Justificación	
1.5. Limitantes de la investigación	
II. MARCO TEÓRICO	6
2.1. Antecedentes	6
2.2. Marco	7
2.2.1 Teorico	7
2.2.2 Conceptual	9
2.3. Definiciones de términos básicos	9
III. HIPÓTESIS Y VARIABLES	11
3.1. Hipótesis	11
3.2. Definición conceptual de variables	11
3.3. Operacionalización de la variable	12
IV. DISEÑO METODOLÓGICO	12
4.1. Tipo y diseño de la investigación	12
4.2. Metodo de investigación	12
4.3. Población y muestra	13
4.4. Lugar de estudio	13
4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información	13
4.6. Analisis y procedimientos de datos	14
V. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES	15
VI. PRESUPUESTO	16
VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	17
VIII. ANEXOS	20
ANEXO1: Matriz de Consistencia	20



#### INTRODUCCIÓN

La traza de una matriz cuadrada se define como la suma de elementos de su diagonal o equivalentemente como la suma de sus valores propios. Este funcional es lineal y se anula en los conmutadores, es decir, tr(AB) = tr(BA). En el contexto de operadores en espacios de Banach y Hilbert, un problema no trivial es determinar una clase de operadores donde se pueda definir un funcional traza, es decir, un funcional lineal que se anula en los conmutadores; este problema es difícil pues la suma de valores propios de un operador podría diverger. Funcionales con esta propiedad son llamados funcionales trazas. La traza usual es una traza definida sobre el ideal de operadores nucleares en un espacios de Hilbert separable, y es una extensión de la traza matricial.

Un trabajo no trivial, es determinar funcionales traza que no son extensiones de la traza usual; funcionales con esta propiedad son llamadas trazas singulares.

El primer ejemplo de traza singular fue dado por Jacques Dixmier en su artículo de 1966. Una traza singular es un funcional traza que se anula en el ideal de operadores de rango finito, es por ello que no es una extensión de la traza matricial usual. Este trabajo de investigación presenta una forma alternativa de la construcción de la traza de Dixmier y escogiendo un estado adecuado se construye la traza de Connes-Dixmier. El presente trabajo de investigación presenta similitudes y diferencias entre las trazas de Dixmier y Connes-Dixmier.



#### I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 1.1. Descripción de la realidad problemática

Sea H un espacio de Hilbert complejo infinito dimensional y F un operador lineal y acotado en H. El operador F es de rango finito si la dimensión de su imagen es finita, es decir, si  $dim(Im(T)) < \infty$ ; y el espacio de operadores de rango finito en H es denotado por  $\mathcal{F}(H)$ . Todo  $F \in \mathcal{F}(H)$  puede representarse de la forma:

$$Fx = \sum_{k=1}^{n} \langle x, x_k \rangle y_k, (x_k), (y_k) \subset H,$$

y usando esta representación, podemos definir el siguiente funcional

$$Tr: \mathcal{F}(H) \to \mathbb{C}$$

$$Tr(F) := \sum_{k=1}^{n} \langle y_k, x_k \rangle.$$

Este funcional satisface las siguientes propiedades:

- a) Tr es un funcional lineal
- b)  $Tr(FS) = Tr(SF), \forall F \in \mathcal{F}(H), \forall S \in B(H), \text{ aqui } B(H) \text{ representa el álgebra de operadores lineales y acotados en } H.$
- c)  $Tr(F) = \sum_{k} \lambda_{k}(F)$ , aquí  $\lambda_{k}(F)$  son los autovalores no nulos de F.

De las tres propiedades anteriores, vemos que el funcional Tr satisface las propiedades usuales de la traza matricial, es por ello, que el funcional lineal Tr es llamado funcional traza sobre  $\mathcal{F}(H)$ . Además, como toda matriz puede identificarse como un operador lineal entre espacios de dimensión finita, el funcional Tr es una extensión de la traza matricial. Esto nos conduce al estudio de definir funcionales sobre ciertos ideales de operadores que satisfacen las propiedades a), b) y c); a estos funcionales los llamaremos funcionales trazas. Una especial atención tendremos en la propiedad c) ya que como trabajaremos sobre espacios de dimensión infinita, la suma de arriba podría diverger.



Por Carey y Sukochev (2006) existe un estado  $\omega$  en  $\ell^{\infty}$  (un funcional lineal positivo en  $\ell^{\infty}$  tal que  $\omega(1,1,1,1,...)=1$ ) con la siguiente propiedad: para cada  $n \geq 1$  se tiene

$$\omega o D_n = \omega o T = \omega o H = \omega$$
,

donde

$$\begin{split} T \colon & \ell^{\infty} \longrightarrow \ell^{\infty} \ , \, T \big( x_{1}, x_{2}, x_{3}, \ldots \big) = \big( x_{2}, x_{3}, \ldots \big) \\ H \colon & \ell^{\infty} \longrightarrow \ell^{\infty} \ , \ H \big( x_{1}, x_{2}, x_{3}, \ldots \big) = \big( x_{1}, \frac{x_{1} + x_{2}}{2}, \frac{x_{1} + x_{2} + x_{3}}{3}, \ldots \big) \\ D_{n} \colon & \ell^{\infty} \longrightarrow \ell^{\infty} \ , \, D_{n} \big( x_{1}, x_{2}, x_{3}, \ldots \big) = \big( \underbrace{x_{1}, x_{1}, \ldots, x_{1}}_{n - veces}, \underbrace{x_{2}, x_{2}, \ldots, x_{2}}_{n - veces}, \ldots \big) \end{split}$$

De lo anterior podemos observar que, si un estado  $\omega$  en  $\ell^{\infty}$  es invariante por T, entonces  $\omega(a)$ = 0 para todo  $a \in CN$ , donde CN denota el espacio de sucesiones con una cantidad finita de términos no nulos. Además, como CN es denso en  $C_0$ , por continuidad tenemos que  $\omega(a) = 0$  para todo  $a \in C_0$ . De esta forma, hemos conseguido estados que se anulan en  $C_0$ . Estados con esta propiedad, son llamados estados singulares.

Consideremos el siguiente espacio:

$$M_{1,\infty}(H) = \left\{ T \in K(H) / \|T\|_{1,\infty} = \sup_{n>1} \left\{ \frac{1}{\log{(n+1)}} \sum_{k=1}^{n} s_k(T) \right\} < \infty \right\}$$

Se prueba que  $M_{1,\infty}(H)$  es un ideal bilátero del algebra  $\mathcal{L}(H)$ .

Sea  $\omega$  un estado singular en  $\ell^{\infty}$  invariante por el operador  $D_2$ , sobre

$$M^+_{1,\infty}(H) = \{T \in M_{1,\infty}(H), T \text{ es positivo}\}$$

definimos el funcional  $Tr_{\omega}$  por

$$Tr_{\omega}(T) := \omega((\frac{1}{\log(n+1)}\sum_{k=1}^{n} s_k(T))).$$

Como  $s_k(U^*TU) = s_k(T)$  para todo  $U \in \mathcal{L}(H)$  unitario, entonces  $Tr_{\omega}$  es unitariamente invariante. De igual forma se demuestra que  $Tr_{\omega}$  es lineal en  $M^+_{1,\infty}(H)$ . Por linealidad,  $Tr_{\omega}$  puede extenderse a  $M_{1,\infty}(H)$ .

El funcional líneal  $Tr_{\omega}$  es llamado traza de Dixmier asociado al estado singular  $\omega$ . Adicionalmente a todo esto,  $Tr_{\omega}$  satisface

1) 
$$Tr_{\omega}(T) = 0, \forall T \in S_1(H).$$

Hu

2)  $Tr_{\omega}$  es una funcional lineal continuo con la norma  $\|.\|_{1,\infty}$ , más precisamente,

$$|Tr_{\omega}(T)| \leq ||T||_{1,\infty} \ \forall T \ \epsilon M_{1,\infty}(H).$$

Por el teorema anterior, tenemos que, en particular,  ${\rm Tr}_{\omega}$  se anula en el ideal de operadores de rango finito. Por lo tanto, la traza de Dixmier es un ejemplo de traza singular.

Alain Connes sugiere otra forma de construir estados invariantes por el operador dilatación  $D_2$ . Veamos esto:

Sea el operador

$$M: \ell^{\infty} \to \ell^{\infty}, M((x_n)) = \left(\frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{k}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}}\right).$$

Consideremos  $\varphi$  un estado singular, por A. Pietsch (2013) tenemos que

$$MD_2x - Mx \in C_0, \forall x \in \ell^{\infty}$$

luego, por continuidad de  $\varphi$  tenemos que

$$\varphi MD_2 = \varphi M$$
.

Tomando  $w = \varphi M$  se tiene

$$wD_2 = w$$
,

luego w es invariante por el operador dilatación  $D_2$ .

La traza de Dixmier asociada a este estado es llamada traza de Connes-Dixmier.

El presente trabajo de investigación estudia las similitudes y diferencias entre las trazas de Dixmier y Connes Dixmier.

En la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática se dicta el curso electivo de la línea 1 de Teoría Espectral en espacios de Hilbert. Varias herramientas de este curso son usadas para trabajar este proyecto, es por ello que este trabajo de investigación puede considerarse como una aplicación de dicho curso.

#### 1.2. Formulación del problema

Lo que se pretende analizar y responder son las siguientes interrogantes:

Hu

#### **Problema General:**

¿Qué diferencias y similitudes existen entre las trazas de Dixmier y Connes-Dixmier?

#### **Problemas Específicos**

- 1. ¿Toda traza de Dixmier es traza de Connes-Dixmier?
- 2. ¿En qué contextos puede aplicarse la traza de Dixmier?

#### 1.3. Objetivos

#### Objetivo general.

Establecer las diferencias y similitudes entre las trazas de Dixmier y Connes-Dixmier.

#### Objetivos específicos.

- 1. Mostrar que existen trazas de Dixmier que no son de Connes-Dixmier.
- Mostrar las aplicaciones de las trazas de Dixmier a Geometría no conmutativa.

#### 1.4. Justificación

La teoría de trazas singulares, en particular la traza de Dixmier y Connes-Dixmier, han sido de gran aplicación en Geometría no comutativa (A. Connes, 1990), el presente trabajo se justifica ya que estudia los estados invariantes por dilatación que dan a lugar a la construcción de la traza de Dixmier y Connes-Dixmier. La traza de Dixmier es muy importante para el cálculo de residuos de ciertos operadores seudodiferenciales.

Métodos de traza para resolver ciertas ecuaciones diferenciales fue dada inicialmente por Marchenko, H. Aden y B. Carl (Aden & Carl, 1996), la principal idea de este método consiste en: dada una ecuación diferencial parcial no lineal y una solución escalar específica, el primer paso para encontrar otras soluciones es trasladar la ecuación no lineal dada, a una ecuación de operadores con su respectiva solución. Habiendo obtenido esta solución, el segundo paso es transferirla a una solución escalar usando un funcional adecuado (una traza).



Por todo lo explicado, este estudio es de utilidad en el campo de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y geometría no conmutativa.

#### 1.5. Limitantes de la investigación

Un problema usual que se presenta cuando se trabaja sobre espacios de Hilbert es extender los resultados a espacios de Banach, es así que un limitante teórico de la investigación es trabajar en el contexto de espacios de Banach infinito dimensionales.

Por otro lado, debido al tiempo que llevará realizar las diversas etapas del proyecto como revisión e interpretación de la información bibliográfica y su traducción al español de los diversos artículos científicos; para la construcción de las trazas sobre ciertos ideales de operadores en espacios de Hilbert se establece el plazo de doce meses como límite temporal para el desarrollo de todo el proyecto.

La limitante espacial se encuentra dentro del enfoque teórico de los espacios de Banach con la propiedad de aproximación y los espacios de Hilbert débiles.

#### II. MARCO TEORICO

#### 2.1. Antecedentes

#### **Nacional**

J. Alcántara-Bode (2002) estudia el conjunto de trazas del operador  $A_{\rho}$  definido en  $L^2(0,1)$  por  $A_{\rho}(f)(\theta) = \int_0^1 \rho(\frac{\theta}{x}) f(x) dx$ . El estudio de este operador es importante por su relación con la famosa hipótesis de Riemann.

#### Internacional

1) J. Dixmier (1966). Es en este artículo donde construye la famosa traza de Dixmier, este fue el primer ejemplo de una traza singular definida sobre el ideal de operadores de Lorentz. Su importancia radica en sus aplicaciones a la Geometría No conmutativa, ello puede ser observado en el libro de Alain Connes titulado Geometría No conmutativa.

Alu

- 2) J.V. Varga (1989) introduce los operadores irregulares y excéntricos, estas clases de operadores, definidos sobre espacios de Hilbert, permiten establecer la existencia de trazas no triviales.
- 3) A. Albeverio, D. Guido, A Ponosov, and S. Scarlatti (1996), caracteriza a aquellos operadores T definidos en espacios de Hilbert separables de tal manera que admitan una traza singular no trivial, es decir, existe una traza singular  $\tau$  en el ideal generado por T de tal forma que  $0 < \tau(|T|) < \infty$ . Estos operadores son los llamados excéntricos generalizados y generalizan a los operadores excéntricos dados en el artículo de J. Varga.
- 4) I. Gohberg, S. Goldberg and N. Krupnik (2000), es el texto más completo que trata de trazas y determinantes sobre espacios de Banach. Inicialmente se define trazas y determinantes de operadores de rango finito sobre espacios de Banach para luego extender estos funcionales a subalgebras sumergidas con la propiedad de aproximación, por ejemplo, al subalgebra de operadores de clase traza o al subalgebra de operadores integrales con núcleo continuo.
- 5) A. Pietsch (2013) estudia el conjunto de trazas de Dixmier y el conjunto de trazas de Connes-Dixmier. Por otra parte, diferentes conjuntos de trazas sobre el ideal  $M_{1,\infty}(H)$  son estudiados.

#### 2.2. Marco

#### 2.2.1 Teórico

#### a) Traza usual

Sea *H* un espacio de Hilbert separable de dimensión infinita. El funcional

$$Tr(T) = \sum_{n=1}^{+\infty} \langle Te_n, e_n \rangle$$

Hu

definido sobre el ideal de operadores nucleares  $S^1(H)$  no depende de la base ortonormal  $(e_n)$ . Este funcional es lineal y unitariamente invariante (Gohberg, Goldberg & Krupnik, 2000).

#### b) La traza de Dixmier y Connes Dixmier

Sea *H* un espacio de Hilbert separable de dimensión infinita y consideramos el ideal de operadores

$$M^{1,\infty}(H) = \{T \in L(H): T \text{ es compacto } y \text{ } \sup_{n \geq 1} \left\{ \frac{1}{\log(n+1)} \sum_{k=1}^n s_k(T) \right\} < \infty \}$$

aquí,  $(s_n(T))$  es la sucesión de números singulares del operador compacto T.

Tomando un límite generalizado w en el espacio de sucesiones complejas acotadas  $l^{\infty}$  con la condición

$$w(a_1, a_2, ..., a_n) = w(a_1, a_1, a_2, a_2, ..., a_n, a_n)$$

el funcional

$$Tr_w(T) = w\left(\left(\frac{1}{\log(n+1)}\sum_{k=1}^n s_k(T)\right)\right)$$

Definido sobre el espacio de operadores positivos en  $M^{1,\infty}(H)$  es lineal y unitariamente invariante (Dixmier, 1966). Además, se extiende por linealidad a todo el ideal  $M^{1,\infty}(H)$ . A este funcional extendido le daremos el nombre de la traza de Dixmier.

Tomando un límite generalizado w en  $l^{\infty}$  y el operador

$$M((a_n)) = \left(\frac{\sum_{k=1}^n \frac{x_k}{k}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}}\right)$$

Puede demostrarse que

$$woM(a_1, a_2, ..., a_n) = woM(a_1, a_1, a_2, a_2, ..., a_n, a_n)$$

(Pietsch, 2013), (Connes, 1990).

Allo

Con el nuevo límite generalizado *woM*, podemos definir una traza de Dixmier, esta traza es llamada traza de Connes Dixmier.

#### 2.2.2 Conceptual

La construcción de la traza usual puede realizase a partir del método de subalgebras sumergidas con la propiedad de aproximación (Gohberg, Goldberg & Krupnik, 2000). La traza de operadores de rango finito permitirá, usando un teorema de extensión, construir la traza usual sobre el ideal de operadores nucleares.

Otras trazas podrán construirse usando limites generalizados invariantes por dilatación, como son, la traza de Dixmier y Connes-Dixmier (Connes, 1990).

Aplicaciones de trazas pueden ser realizadas al cálculo de solución de ciertas ecuaciones diferenciales, usando sus propiedades de linealidad y su nulidad en los conmutadores.

#### 2.3. Definición de términos básicos

#### Espacios de Hilbert (Gohberg, Goldberg & Kaashoek, 2003)

Consideremos un espacio un espacio vectorial (H; +; K; .) Donde K es  $\mathbb{R}$  o  $\mathbb{C}$ . Un producto interno es una aplicación:

$$\langle . ; . \rangle : HxH \rightarrow K$$

tal que se cumple:

- Definida positiva  $\langle x; x \rangle \ge 0 \ \forall x \in E \ \land \ \langle x; x \rangle = 0 \iff X = 0$
- Lineal en la primera variable:  $\langle \alpha x + \beta y; z \rangle = \alpha \langle x; z \rangle + \beta \langle y; z \rangle \, \forall x, y, z \in E \, \land \alpha, \beta \in K$
- Es hermítica  $\langle x; y \rangle = \overline{\langle y; x \rangle} \, \forall x \,, y \in E$

El par  $(H, \langle .,. \rangle)$  donde  $\langle .,. \rangle$  es un producto interno en H es llamado espacio prehilbert y si la norma  $||x|| = \sqrt{\langle x; x \rangle}$  es completa, entonces el par  $(H, \langle .,. \rangle)$  es llamado un espacio de Hilbert.

Hu

# Operadores lineales y acotados en Espacios de Hilbert (Gohberg, Goldberg & Kaashoek, 2003)

Sea  $(X; \|.\|_X) y(Y; \|.\|_Y)$  dos espacios normados y una aplicación  $T: X \to Y$  que satisface:

- $T(x + y) = T(x) + T(y) \quad \forall x; y \in X$
- $T(\alpha x) = \alpha T(x) \ \forall x \in X \ \Lambda \ \alpha \in \mathbb{K} = \mathbb{R} \ o \mathbb{C}$

"T" así definido se llama operador lineal.

Sea  $(X; \|.\|_X)$   $y(Y; \|.\|_Y)$  dos espacios normados y  $T: X \to Y$  un operador lineal tal que  $\|Tx\|_Y \le M\|x\|_X \ \forall \ x \in X, para \ algun \ M > 0$ , "T" es llamado operador lineal acotado. Ademas, Si X = Y el espacio L(X) representará el espacio de operadores lineales y acotados en X.

#### **Operadores Compactos (Retherford, 1993)**

Sea H un espacio de Hilbert y  $T \in L(H)$ , T es llamado compacto si para toda sucesión acotada  $(a_n)$  en H,  $(T(a_n))$  tiene una subsucesion convergente en H. El espacio de operadores compactos en H es denotado por K(H) y define un ideal del algebra de operadores lineales y acotados L(H).

#### Sucesión de números singulares (Retherford, 1993)

La sucesión de números singulares de un operador compacto T definido sobre un espacio de Hilbert H, es una sucesión de decreciente de números no negativos  $(s_n(T))$ , donde  $s_n(T) = (T^*T)^{1/2}$ .

#### Ideal de Operadores (Lord, Sukochev & Zanin, 2012)

Sea L(H) denota el espacio de operadores lineales y acotados sobre un espacio de Hilbert H. Un ideal J de operadores de L(H) es un subespacio vectorial tal que si  $A \in L(H)$  y  $T \in J$ , entonces  $AT, TA \in J$ .



#### Funcional Traza (Lord, Sukochev & Zanin, 2012)

Una traza  $\tau$  sobre un ideal de operadores J es un funcional lineal tal que  $\tau(AT) = \tau(TA), \forall T \in J, \forall A \in L(H).$ 

#### Traza Singular (Lord, Sukochev & Zanin, 2012)

Una traza  $\tau$  sobre un ideal de operadores J es llamada singular si  $\tau(F) = 0$ ,  $\forall F$  operador de rango finito, es decir, para todo operador cuya dimensión de su imagen es finita.

#### III. HIPOTESIS Y VARIABLES

#### 3.1 Hipótesis.

#### Hipótesis general.

La noción de medibilidad de operadores permitirá establecer diferencias y similitudes de trazas de Dixmier y Connes-Dixmier.

#### Hipótesis específica.

- 1. Propiedades de medibilidad de operadores permitirá demostrar que existen trazas de Dixmier que no son de Connes-Dixmier.
- 2. Trazas de Dixmier permitirá calcular residuos de operadores seudodiferenciales en el contexto de geometría no conmutativa.

#### 3.2 Definición conceptual de variables

#### Variable dependiente

Traza de Dixmier.

#### Variable independiente

Operador lineal en  $M_{1,\infty}(H)$ .

Alu

#### 3.3 Operacionalización de la variable

Variable	Dimensiones	Indicadores	Índices
- Nula  Dependiente  Traza de Dixmier		La traza de Dixmier es     evaluada sobre el ideal de     operadores nucleares.	- $Tr_{\omega}(T)=0, \forall T$ nuclear.
	- No nula	<ul> <li>Traza de Dixmier es normalizable.</li> </ul>	$- Tr_{\omega}(T) \neq 0, \forall T \in M_{1,\infty}(H)$
Independiente Operador lineal	$-  T \in M_{1,\infty}(H).$	$-\sup_{n} \left\{ \frac{1}{\log{(n+1)}} \sum_{k=1}^{n} s_k(T) \right\} \text{es}$	$-\sup_{n}\left\{\frac{1}{\sum_{k=1}^{n}S_{k}(T)}\right\}<\infty$
en $M_{1,\infty}(H)$	$-  T \in \mathcal{L}_{1,\infty}(H).$	finito. - $sup_n\{ns_n(T)\}$ es finito.	$- \sup_{n} \left\{ \frac{1}{\log(n+1)} \sum_{k=1}^{n} s_k(T) \right\} < \infty$ $- \sup_{n} \{ ns_n(T) \} < \infty$

#### IV. DISEÑO METODOLÓGICO

#### 4.1. Tipo y diseño de la investigación

De acuerdo con el propósito de la investigación, el presente proyecto está enmarcado en el tipo de investigación básica. A esta investigación le corresponde el código UNESCO 120201 y el código del plan nacional CTI 04050102.

El diseño de la investigación a desarrollar será no experimental y consiste en, inicialmente, estudiar los ideales de operadores de rango finito, clase traza o nucleares y el ideal de operadores de Lorentz. Luego, se pretender definir los funcionales traza usual, traza de Dixmier y traza de Connes-Dixmier. El trabajo termina con algunos comentarios sobre aplicaciones de trazas singulares.

#### 4.2. Método de la investigación.

El estudio de la investigación es de carácter científico-teórico y el método usado es del tipo inductivo - deductivo tratando de ser lo más exhaustivo posible en cada demostración.



#### 4.3. Población y muestra

Dada la naturaleza de la investigación no corresponde determinar población y muestra porque no se realizará un tratamiento estadístico de datos.

#### 4.4. Lugar de estudio

El lugar de estudio del presente trabajo es en la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao-Trabajo Remoto.

## 4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

La técnica a usarse en este trabajo de investigación es la inductiva pues pasamos de un caso particular (caso matricial) a un caso general (caso de operadores).

La representación de operadores de rango finito en espacios de Hilbert como combinación lineal de operadores de rango uno, nos llevara a definir la traza sobre el ideal de operadores de rango finito. Esto será de utilidad para construir la traza usual sobre el espacio de operadores nucleares.

El teorema espectral para operadores compactos nos introducirá la sucesión de números singulares de un operador compacto. Esta sucesión aparece de tanto en la traza usual como en las trazas de Dixmier y Connes-Dixmier.

La teoría de limites generalizados es usada para la construcción de algunas trazas singulares como la traza de Dixmier. Esta teoría se basa en la forma analítica del teorema de extensión de Hahn Banach.

Hu

Para ejemplificar el cálculo de ciertas trazas de Dixmier, estudiamos la teoría de operadores Volterra (Gohberg & Krein, 1970).

Los instrumentos que se usarán para la recolección de la información necesaria serán, lápiz, papel, artículos científicos, textos especializados y un laptop personal.

#### 4.6. Análisis y procedimiento de datos

Con el estudio de la traza para operadores de rango finito se determina la traza usual sobre el ideal de operadores de clase traza o nucleares en espacios de Hilbert. Luego, se estudia varias propiedades de la traza usual.

A continuación, usando el teorema de extensión de Hahn Banach, se construyen limites generalizados invariantes por dilatación. Esto determinara la traza de Dixmier y Connes Dixmier sobre el ideal de operadores de Lorentz.



#### V. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

	ACTIVIDADES	MESES											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Redacción de la introducción y el planteamiento del problema del informe final.	Х											
2	Redacción del marco teórico del informe final.		Х	Х									
3	Redacción de las técnicas e instrumentos para recolectar información.				X								
4	Estudiar el funcional traza sobre operadores de rango finito.					X							
5	Estudiar la traza usual sobre el ideal de operadores nucleares.						Х						
6	Obtener la traza de Dixmier y Connes-Dixmier a partir de estados invariantes por dilatación.							Х	Х				
7	Mostrar una aplicaciones de la teoría de trazas singulares.									X			
8	Redacción de los resultados, discusiones y conclusiones.										Х	Х	
9	Elaboración y presentación del informe final.												Х

#### VI. PRESUPUESTO

ESPECIFICA DEL GASTO					
PARTIDA	ESPECIFICACION	PORCENTAJE	NUEVOS SOLES		
24	Alimentos para personas	30%	S/. 3 600		
30	Materiales de consumo Bienes: Materiales de escritorio Libros Materiales de enseñanza Servicios de impresion	40%	S/. 4 800		
32	Gastos de transportes	30%	S/. 3 600		
		TOTAL	S/. 12 000		

#### VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aden, C. and Carl, B. (1996). On realizations of solutions of the KdV equation by determinants on operator ideals. *J. Math. Phys.* 37, 1833-1857.

Albeverio, A., Guido, D., Ponosov, A. and Scarlatti, S. (1996). Singular traces and compact operators. *J. Funct.Anal.* 137,281-302.

Alcántara-Bode, J. (2002), Reorderings of Series in Banach Spaces and some problems in number theory. *Pro Mahematica. XVI*, 98-105.

Ben-artzi, A. (1984). Traces of compact operators. *Integral Equations Operator Theory* 7, 310-324.

Brislawn, C. (1988). Kernels of trace class operators. *Proc. Amer. Math. Soc.* 104, 1181-1190.

Douglas, R. G. (1966). On majorization, factorization, and range inclusion of operators on Hilbert Spaces. *Proc Armer. Math. Soc.*, *17*, 413-415.

Carey, A. L. and Sukochev, F. A. (2006). Dixmier Traces and some applications to noncommutative geometry. *Uspek hi mat. Nauk,61*(6(372)):45-110.

Connes, A. (1990). *Geometrie non commutative*. Paris: Intereditions.

Dixmier, J. (1966). Existences de traces non normales, C.R. Acad. Sci. Paris 262.

Enflo, P. (1973). A counterexample to the approximation property in Banach spaces. *Acta Math.* 130, 309-317.

Fiegel, T. and Johnson, W.B. (2016). The Lidskii trace property and the nest approximation property in Banach Spaces, *J. Funct. Anal.* 271, no.3, 566-576.

Fuhrmann, P.A. (1981). *Linear Systems and Operators in Hilbert Space*. Beer Sheva: McGraw-Hill.



Gohberg, I., Goldberg, S. and Krupnik, N. (2000). *Traces and determinants of linear operators, Operator Theory: Advances and Applications*. Basel: Birkhauser Verlag.

Gohberg, I., Goldberg, S. and Kaashoek, M. (2003). *Basic Classes of Linear Operators*. Basel: Birkhauser.

Gohberg, I. and Krein, M. G. (1985). *Introduction to the Theory of Non-selfadjoint Operators*. Moscow: Translations of Mathematical Monographs.

Gohberg, I. and Krein, M. G. (1970). *Theory and applications of Volterra operators in Hilbert Space*. Moscow: Translations of Mathematical Monographs.

Guido, D. and Isola, T. (2002). On the Domain of Singular Traces. *J. Funct. Anal.* 13, 667-674.

Johnson, W.B. and Szankowski, A. (2014). The trace formula in Banach spaces. Israel Journal of Mathematics 203, 1-16.

Jorgens, K. and Roach, G.F. (1982). *Linear Integral Operators*. Boston: Pitman Advanced Publishing Program.

Kwapien, S. (1972). Isomorphic characterizations of inner product spaces by orthogonal series with vector coefficients. *Studia Math. 44*, 583-595.

Pietsch, A. (1987). *Eigenvalues and s-Numbers*, Geest & Portig. Leipzig: Cambridge Univ. Press.

Pietsch, A. (2013). Connes-Dixmier versus Dixmier traces. *Integral Equations Operator Theory* 77(2), 243-259.

Pisier, G. (1988). Weak Hilbert spaces. *Proceedings of the London Mathematical Society 56*, 547-579.

Hu

Retherford, J. R. (1993). *Hilbert Space: Compact Operator and the Trace Theorem.* Cambridge: Cambridge University Press.

Lord, S., Sukochev, F. and Zanin, D. (2012). *Singular Traces, Theory and Applications*. Berlin: De Gruyter.

Varga, J.V. (1989). Traces on irregular ideals. Proc. Amer. Math. Soc. 107, 715.

#### VIII. ANEXOS

## **ANEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA:** TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGÍA
¿Qué diferencias y similitudes existen entre las trazas de Dixmier y Connes-Dixmier?  Problemas Específicos  1. ¿Toda traza de Dixmier es traza de Connes-Dixmier?  2. ¿En qué contextos puede aplicarse la traza de Dixmier?	Establecer las diferencias y similitudes entre las trazas de Dixmier y Connes-Dixmier.  Objetivos Especificas 1. Mostrar que existen trazas de Dixmier que no son de Connes- Dixmier. 2. Mostrar las aplicaciones de las trazas de Dixmier a Geometría no conmutativa.	Hipótesis General La noción de medibilidad de operadores permitirá establecer diferencias y similitudes de trazas de Dixmier y Connes-Dixmier.  Hipótesis Especifica 1. Propiedades de medibilidad de operadores permitirá demostrar que existen trazas de Dixmier que no son de Connes-Dixmier.  2. Trazas de Dixmier permitirá calcular residuos de operadores seudodiferenciales en el contexto de geometría no conmutativa.	Variable dependiente Traza de Dixmier.  Variable independiente Operador lineal en $M_{1,\infty}(H)$ .	Nivel de la Investigación Descriptiva y explicativa Tipo de Investigación Investigación teórica Diseño de la investigación El diseño de la investigación a desarrollar será no experimental y consiste en, inicialmente, estudiar los ideales de operadores de rango finito, clase traza o nucleares y el ideal de operadores de Lorentz. Luego, se pretender definir los funcionales traza usual, traza de Dixmier y traza de Connes-Dixmier. El trabajo termina con algunos comentarios sobre aplicaciones de trazas singulares

#### **FORMATO N° 03**

#### FICHA DE DATOS DEL DOCENTE INVESTIGADOR

#### **3.1 DATOS PERSONALES**

APELLIDOS Y NOMBRES: Alfredo Sotelo Pejerrey DNI: 45569296					
DOMICILIO: Urb. Carlos Cueto Fernandini, Pasaje Q, N° 347, Los Olivos.	CIUDAD: LIMA DEPARTAMENTO:	Teléfono fijo: Celular: 982098539			
E-mail: asotelop@unac.edu.pe	LIMA				
AREAS QUE INVESTIGA TEXTOS PUBLICADOS					
<ol> <li>Análisis Funcional</li> </ol>	1.				
<ol><li>Teoría espectral</li></ol>	2.				
<ol><li>Análisis Geométrico</li></ol>	3.				
ASIGNATURAS	AÑOS DE DOCENCIA UNIVERSITARIA				
Topología General					
Teoría Espectral en espacios de	9 AÑOS				
Tópicos Avanzados de Análisis Funcional y EDP					

#### 3.2 FORMACIÓN ACADÉMICA

		UNIVERSIDAD	AÑO
TITULO (S) PROFESIONAL (ES)	<ol> <li>Licenciado en</li> <li>Matemática</li> </ol>	UNAC	2014
GRADO (S) ACADÉMICO (S) Nombre de tesis/grado	3. 1. Magister en Matemática	PUCP	2014
Maestría: El teorema de Levy- Steinitz y algunas de sus generalizaciones.	Doctor en     Matemática     3.	PUCP	2021
Doctorado: La hipótesis de Riemann como problema de Análisis Funcional.			

#### 3.3 IDIOMA (S) EXTRANJERO (S)

inglés (1,2,3)	FRANCES ( )	ITALIANO ( )	PORTUGUES (1,2,3)					
OTROS (ESPECIFI	OTROS (ESPECIFICAR):							
Nota: indicar en el paréntesis (1) si lee, (2) si habla, (3) si entiende								

#### 3.4 REQUERIMIENTO DE CAPACITACION: NACIONAL ......INTERNACIONAL......INTERNACIONAL.....

CURSO( )	ESPECIALIZACION ( )	MAESTRIA ( )	DOCTORADO ( )
ESPECIALIDA	D DE ESTUDIOS REQUERIDA (F	PRIORIZAR)	
1.			
2.			

#### 3.5 DATOS DEL CENTRO LABORAL

INSTITUCION: Universidad Nacional del Callao							
DEPENDENCIA (FACULTAD): Facultad de Ciencias Naturales y Matemática							
UNIDAD (DEPARTAMENTO ACA	ADEMICO): Depa	artamento Acad	démico de Matemática				
CARGO: Docente	CARGO: Docente CATEGORÍA: Auxiliar						
DEDICACIÓN: TIEMPO COMPLETO (X)	TIEMPO PARCIAI	L() DED	DICACIÓN EXCLUSIVA ( )				
CONDICIÓN LABORAL: NOMBR	ADO (X)	CONTRATADO (	( )				
DIRECCIÓN: Av. Juan Pablo II N° 306	CIUDAD: Lima		EMAIL:				
TELEFONO FIJO: 4297178	CEL:		FAX				
			Callao, 05 de mayo del 202				
FIRMA DEL DO	V° B° DECANO						

Nota: La ficha de datos la digitan y presentan el docente responsable y el docente colaborador (si hubiera) de manera independiente y se adjuntan en el mismo expediente.

#### FICHA CTI VITAE



#### SOTELO PEJERREY ALFREDO

Mis apelfidos y nombres son Solelo Pejerrey Alfredo. Soy licenciado en matemáticas perteneciente a la UNAC. Ademas soy magister en matemáticas de la PUCP. Actualmente estoy estudiando el doctorado en matemáticas en la PUCP.

Fecha de última actualización: 29-04-2020



DATOS PERSONALES		
		Fuente
Apellidos :	SOTELO PEJERREY	
Nombres:	ALFREDO	**
Género:	MASCULINO	THE VIEW
País de Nacimiento :	PERÜ	
Pagina web personal:	http://	

EXPERIENCIA LABORAL				
Institución	Cargo	Fecha Inicio	Fecha Fin	
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	DOCENTE NOMBRADO	2014-05-01	A la actualidad	

EXPERIENCIA LABORAL COMO DOCENTE					
Institución Tipo Docente Tipo Institución Fecha Inicio Fecha Fin					
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	Ordinario-Auxiliar	Universidad	Julio 2014	A la actualidad	
UNIVERSIDAD PRIVADA DEL NORTE SAC	Ordinario-Principal	Universidad	Enero 2014	Diciembre 2019	

EXPERIENCIA COMO ASESOR DE TESIS				
Universidad	Tesis	Tesista(s)	Repositorio	Fecha Aceptación de Tesis
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	Licenciado / Título	Flores Montoya, Edwin Antero	0	Octubre 2016
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	Licenciado / Título	Victor Robinson Barrial Sandoval	<b>Q</b>	Octubre 2018
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	Licenciado / Título	Paulo Nicanor Seminario Huertas	0,	Junio 2019
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	Licenciado / Título	Jorge Luis Zapata Sosa	<b>Q</b>	Diciembre 2018
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	Licenciado / Título	Rodriguez Briceño, José Kenyn	<b>Q</b>	Marzo 2020

	DIE ENLENCIA COMO ENLONDOR I/O FORMICIADOR DE PROTECTOS					
Ańo	Tipo de proyecto	Entidad financiadora	Metodología de evaluación	Monto proyecto (USD)		

DATOS ACADÉMICOS					
Grado	Título	Centro de Estudios	País de Estudios	Fuente	
MAGISTER	MAGISTER EN MATEMATICA	PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU	PERÚ	SUPERU	
LICENCIADO / TÍTULO	TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA	UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	PERÚ	SUM FOU	
BACHILLER	BACHILLER EN MATEMATICA	UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	PERÚ	SUMEDO	

	IDIOMAS					
# Idioma Lectura Conversación Escritura Lengua Materna						
1	PORTUGUES	AVANZADO	INTERMEDIO	INTERMEDIO	NO	
2	INGLES	AVANZADO	AVANZADO	AVANZADO	NO	

PRODUCCIÓN CIENTÍFICA					
Tipo Producción	Título	Primer autor	Año de Producción	DOI	Fuente
MasterThesis	El teorema de Lévy-Steinitz y algunas de sus generalizaciones	Sotelo Pejerrey, Alfredo	2013		ALICIAY
MasterThesis	El teorema de Lévy-Steinitz y algunas de sus generalizaciones	Sotelo Pejerrey, Alfredo	2013		ALICIAY
BachelorThesis	Un estudio del Teorema de Lévy - Steinitz y el contraejemplo de Marcinkiewics	Sotelo Pejerrey, Alfredo	2013		ALICIAY

OTRAS PRODUCCIONES					
Tipo de Producción	Título	Año de Producción	Título de la fuente		
CARTEL DE CONFERENCIA/POSTER	THE RIEMANN HYPOTHESIS AS A PROBLEM OF FUNCTIONAL ANALYSIS	2019			
CARTEL DE CONFERENCIA/POSTER	THE RIEMANN HYPOTHESIS AS A PROBLEM OF FUNCTIONAL ANALYSIS	2018			

PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN					
Título	Descripción	Fecha de Inicio	Fecha Fin	Inv. Principal	Área OCDE
OPERADORES HILBERTSCHMIDT: CARACTERIZACIÓN Y EJEMPLOS	Se estudia a los operadores Hilbert Schmidt, damos algunos criterios para identificar a esta clase de operadores en el contexto de operadores integrales.	Octubre 2016	Setiembre 2017	ALFREDO SOTELO PEJERREY	Ciencias Naturales
UNA GENERALIZACIÓN DEL TEOREMA DE LEVY-STEINITZ	Basados en el teorema de Banaszczyk, estudiamos una generalización del teorema de Levy-Steinitz, a espacios Frechet nucleares.	Setiembre 2015	Agasta 2016	ALFREDO SOTELO PEJERREY	Ciencias Naturales

PROYECTOS DE ORCID			
Título	Descripción	Fecha de Inicio	Fecha Fin

DISTINCIONES Y PREMIOS				
Distinción	Descripción	País	Fecha premiación	

#### Contactar investigador Aquí

Los investigadores son responsables por los detos que consignen en la ficha personal del Directorio Nacional de Investigadores en CTel, la cual podrá ser verificada en cualquier oportunidad por el CONCITEC.

De comprobarse fraude o falsedad de la información y/o los documentos adjuntados, el CONCITEC, podrá dar de baja el registro, sin perjuicio de iniciar las acciones, correspondientes.

La información de este directorio es autoreferenciada, por lo que el contenido de cada perfil es de responsabilidad exclusiva de la persona inscrita; y por lo tanto, no debe ser considerado como una fuente de información oficial.

### FORMATO N° 04 FICHA DE EVALUACIÓN DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

(Para el Comité Directivo de la Unidad de Investigación)

El Comité Directivo de la Unidad de Investigación de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, como responsable de evaluar metodológicamente, la redacción, la impresión, la presentación y el contenido del PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER", presentado por el profesor responsable el Dr. Sotelo Pejerrey, Alfredo.

Luego de la verificación del proyecto, observamos que tiene el contenido que se indica:

X	
х	
х	
x	
SI	NO
X	
SI	NO
x x x	
	x x x si x x

x x x	
x	
х	
х	
I	
SI	NO
X	
L	
x [	
SI	NO.
SI x	NO
SI	<b>NO</b>
SI x	NO
SI x	<b>NO</b>
SI X X	<b>NO</b>
SI X X	<b>NO</b>
X	NO NO
<b>SI</b>	
SI X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	
<b>SI</b>	
•	<i>SI</i> × ×

<b>Dr. Whualkuer Lozano Bartra</b> Director	<b>Dr. Méndez Velásquez, Juan Abraham</b> Miembro del
Elfognot	44 A
	Callao, 19 de mayo del 2022
NO CUMPLE con las exigencias de aprolas observaciones de los numerales devuelve al profesor responsable co observaciones que deben ser subsanad establecido en el "Reglamento de la proyectos de investigación".	sy se municándole por escrito las las, indicándole cumplir con lo
SI CUMPLE con las exigencias y requisito la resolución del Comité Directivo de correspondiente.	
Investigación y docentes investigadore investigación y en cada una de las áreas y	os del Comité Directivo de la Unidad de s especialistas en metodología de la y líneas de investigación de la Facultad de ninamos que el presente <b>PROYECTO DE</b>
<ol> <li>DE LA FIRMA DEL RESPONSABLE DEL 19.1 El proyecto de investigación esta cada página por el docente retuviera).</li> </ol>	
8.1 El presupuesto específica lo naturaleza del problema a inves 8.2 Precisa que la ejecución del proque otorga la Universidad por la financiar el proyecto.	oyecto es financiado con fondos x

Comité Directivo

e/www.

**Dr. Montoro Alegre, Edinson Raúl**Miembro del
Comité Directivo

Mg. Alva Zavaleta, Rolando Juan del Miembro del Comité Directivo

Mg. Lévano Huamaccto, Carlos A. Miembro del Comité Directivo Mg. Zarate Sarapura, Edga Miembro del Comité Directivo



### **PONTIFICIA**

### UNIVERSIDAD CATÓLICA

### DEL PERÚ

### EN NOMBRE DE LA NACIÓN

EL RECTOR DE LA PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ confiere el grado de

a don

Magister en Matemàtica Alfredo Sotelo Pejerrey

natural de

Dima

februro

quien, después

de haber cumplido como estudiante de la Universidad con los requisitos exigidos por las disposiciones legales vigentes, optó por dicho grado

el día

24

del 2014

OCR 82550

POR TANTO: Viene a expedirle el presente DIPLOMA para que lo hayan y reconozcan como tal.

Dado y firmado en Lima el

de

5

MONZO

del 2014

RECTOR

RETARIO GENERAL

\* 1

Plin

SECRETARIO ACADÉMICO



Lima, 21 de marzo del 2014

SECRETARIO ACADÉMICO

### PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Otorgado por acuerdo del Consejo Universitario

RENÉ ORTIZ CABALLERO. SECRETARIO GENERAL



### PONTIFICIA UNI VERSI DAD CATÓLI CA

### DEL PERÚ

### EN NOMBRE DE LA NACIÓN

EL RECTOR DE LA PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ confiere el grado de

### Doctor en Matemáticas

a don

### ALFREDO SOTELO PEJERREY

quien, después de haber cumplido como estudiante de la Escuela de Posgrado en el Doctorado de Matemáticas, con los requisitos exigidos por las disposiciones legales vigentes, optó por dicho grado el día 13 de octubre del 2021.

OCR 129223

POR TANTO: Viene a expedirle el presente DIPLOMA para que lo hayan y reconozcan como tal.

Dado y firmado en Lima el 17 de noviembre del 2021.

CARLOS MIGUEL GARATEA GRAU

Carl Lauten fran

RECTOR

ROBERTO CARLOS REYNOSO PEÑAHERRERA SECRETARIO GENERAL TENEBRIS E

ANIBAL EDUARDO ISMODES
CASCON

DECANO

JENNIFER KATHERINE ZARATE CORDOVA

SECRETARIA ACADÉMICA



Consta la aprobación del grado a que se refiere el diploma, bajo la modalidad de Tesis, número de registro o diploma: 129223

Cod. Univ:008 Número resolución:017/2021-GYTAbreviatura G/T:D Fecha resolución:17/11/2021Tipo de emisión:O Modalidad estudios:PresencialTipo documento:DNI Número documento:45569296

### PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Otorgado por acuerdo del Consejo Universitario

adoptado en sesión del 17 de noviembre del 2021.

ROBERTO CARLOS REYNOSO PEÑAHERRERA SECRETARIO GENERAL

El presente diploma y las firmas consignadas en él han sido emitidos a través de medios digitales, al amparo de lo dispuesto en el artículo 141-A del Código Civil: "Artículo 141-A.-Formalidad

En los casos en que la ley establezca que la manifestación de voluntad deba hacerse a través de alguna formalidad expresa o requerida de firma, esta podrá ser generada o comunicada a través de medios electrónicos, ópticos o cualquier otro análogo.

Tratándose de instrumentos públicos, la autoridad competente deberá dejar constancia del medio empleado y conservar una versión íntegra para su ulterior consulta."

Para comprobar la autenticidad del presente diploma, diríjase a: www.pucp.edu.pe/certificaciones

### **FORMATO N° 05**

### Según modalidad CARTA DE COMPROMISO DEL DOCENTE, DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, QUE DESARROLLA PROYECTO DE INVESTIGACIÓN Universidad Nacional del Callao Vicerrectorado de Investigación Instituto Central de Investigación de Ciencia y Tecnología

Yo Alfredo Sotelo Pejerrey docente ordinario de la Universidad Nacional del Callac
en la categoría Auxiliar a tiempo completo, con código 5438, adscrito a la Facultac
de Ciencias Naturales y Matemática, identificado con DNI Nº 45569296, con
domicilio legal en Urb. Carlos Cueto Fernandini, Pasaje Q, N° 347, Los Olivos,
Teléfono N° 982098539, y correo electrónico asotelop@unac.edu.pe como
responsable x colaborador en el desarrollo del proyecto de
investigación "TRAZAS DE DIXMIER VERSUS TRAZAS DE CONNES-DIXMIER"
aprobado mediante resolución rectoral N° ME COMPROMETO a
realizar y cumplir con lo siguiente:

- Presentar y desarrollar el proyecto de investigación, de cuya formulación y
  ejecución soy el responsable o participo como colaborador, el cual es inédito
  y trata aspectos no estudiados, o aspectos ya estudiados, pero con una
  perspectiva o metodología nueva y diferente, o con mayor profundidad y
  especificidad, o de aspectos no resueltos o incompletos.
- 2. Presentar al Director de la Unidad de Investigación de la Facultad Iosinformes trimestrales de la investigación, para su aprobación previa evaluación, de acuerdo a lo establecido en el "Reglamento de la participaciónde los docentes de la Universidad Nacional del Callao" vigente, en las fechasindicadas en él, levantar las observaciones que se le formulen al informe trimestral de investigación o al expediente al presentarlo corregido dentrode los plazos y con las exigencias establecidas.
- 3. Presentar, al Director de la Unidad de Investigación de la Facultad, los informes finales del proyecto de investigación y el artículo científico en medio magnético (CD) para su aprobación previa evaluación, de acuerdo lo establecido en el "Reglamento de la participación de los docentes de la Universidad Nacional del Callao en proyectos de investigación" vigente, en las fechas indicadas en él, levantar las observaciones que se formulen al informe de investigación o al expediente y presentarlo –corregido- dentro de los plazos y con las exigencias establecidas.
- 4. Aceptar las sanciones y ser sancionado con lo que establece el reglamento vigente de la Universidad Nacional del Callao en caso de no cumplir con la presentación y aprobación de los informes trimestrales, informes finales de investigación y artículo científico dentro de los plazos establecidos, para cada caso, o por no realizar el levantamiento de las observaciones formuladas. Así mismo, acepto que los documentos que se generen por dicho incumplimiento

- se remitan a mi expediente o legajo personal para ser considerados como demérito en mis procesos de ratificación o promoción.
- 5. Presentar un informe consolidado de la investigación, en el caso de mi cese, renuncia, o destitución por medida disciplinaria, separación definitiva o desvinculación laboral con la Universidad Nacional del Callao, que comprenda desde el inicio del trabajo hasta el momento de la ocurrencia de alguno de las acciones indicadas.
- 6. Autorizar a la Universidad Nacional del Callao que el trabajo de investigación de mi autoría sea publicado en el repositorio institucional de la UNAC, en la página virtual de la Universidad y se otorgue los derechos de autoría por la divulgación y regalías que genere, de acuerdo a la reglamentación vigente.
- 7. Exponer mi trabajo de investigación en los encuentros científicos mensuales de la Universidad Nacional del Callao organizados por el ICICYT.
- 8. Elaborar y redactar la presentación del informe final de investigación en los formatos que se requieran para su publicación, en la revista "Ciencia y Tecnología" de la UNAC.
- 9. Redactar el informe final de investigación de acuerdo a lo que establece la normatividad vigente y a la Metodología de la Investigación Científica.
- 10. Respetar los derechos de autoría y paternidad intelectual y no incurrir en plagio.
- 11. Declarar que conozco las normas y los procedimientos establecidos en el "Reglamento de la participación de los docentes de la Universidad Nacional del Callao en proyectos de investigación", la reglamentación interna de la UNAC, el Código de ética de la UNAC y me someto a ser sancionado si actúo en contra de dichos dispositivos legales.

Callao, 05 de mayo de 2022

DNI: 45569296

Huella Dactilar

**DECLARACIÓN JURADA** 

Yo, Alfredo Sotelo Pejerrey, Identificado con DNI Nº 45569296, con código docente

N° 5438. Docente en la Categoría de Auxiliar y Dedicación (DE) (TC) (TP), adscrito

a la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, con domicilio en Urb. Carlos

Cueto Fernandini, Pasaje Q, N° 347, Los Olivos.

Declaro BAJO JURAMENTO que, al amparo del D.S. Nº 044-2020-PCM, D.U. Nº

026-2020 y Res. N° 068-2020-CU (UNAC) del 25 de marzo de 2020, me

comprometo a presentar toda la documentación requerida en formato físico,

subsanando también el pago por Carpeta de Investigación, una vez finalizado el

período de aislamiento social por COVID-19 y de acuerdo a la posibilidad de

reincorporación al trabajo presencial, para el trámite de:

a. Nuevo proyecto de Investigación. (X)

b. Informe Final de Investigación. ()

c. Informe Trimestral de Investigación. ()

Asumiendo plena responsabilidad administrativa y/o legal que se derive de la

presente Declaración Jurada.

Callao, 05 de mayo de 2022.

Firma Digitalizada

Docente Investigador Responsable

# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

Instituto Central de Investigación de Ciencia y Tecnología Vicerrectorado de Investigación



### CERTIFICADO

Otorgado a:

## Mg. Alfredo Sotelo Pejerrey

Instituto Central de Investigación de Ciencia y Tecnología, el día martes 08 de mayo de caracterización y ejemplos" en el Encuentro Científico organizado por la dirección del Por su participación como EXPOSITOR con el tema "Operadores Hilbert-Schmidt:

2018.



Mg. Zoila Margarita Díaz Córdova

Directora Instituto Central de Investigación
de Ciencia y Tecnología